

# Térszemlélet alakítása

modern segédeszközökkel

Károlyi Gergely

*Berzsenyi Dániel Gimnázium*

RLV, 2018

# Lekötő feladatok

- Osszunk fel egy kört véges sok egybevágó részre úgy, hogy legyen köztük olyan, amely nem tartalmazza a kör középpontját.
- Fel lehet-e osztani a gömböt véges sok egybevágó részre úgy, hogy legyen köztük olyan, amely nem tartalmazza a gömb középpontját?

# Térgeometriai feladatok osztályozása középiskolában

- fogalmak
- számítások
- bizonyítások

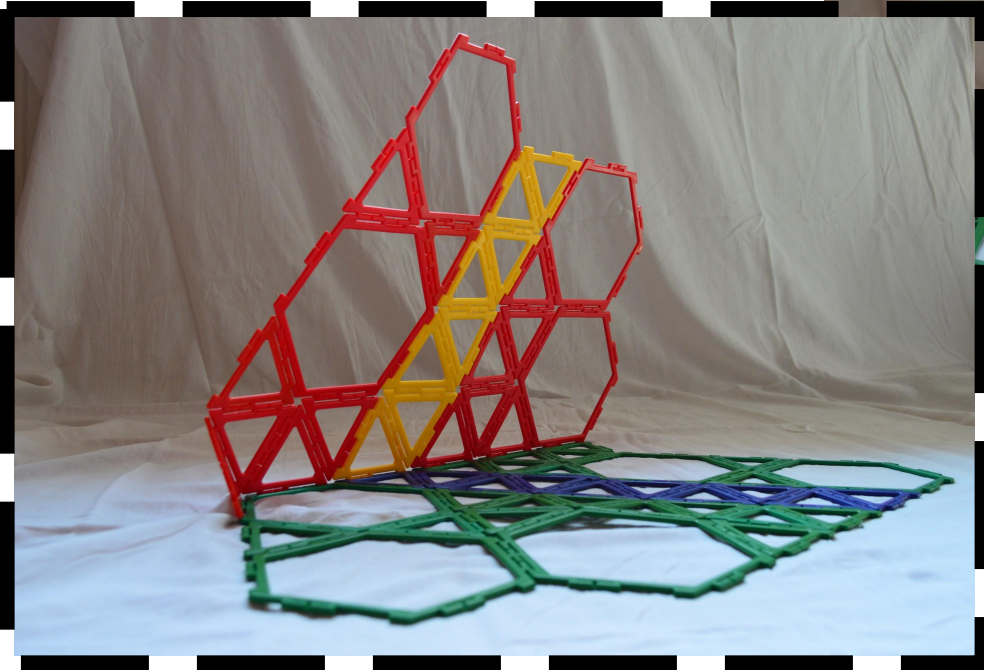
# Térgeometriai fogalmak

- pont, egyenes, sík, tér - alapfogalmak
- illeszkedés, metszet, hajlásszög - NEM nyilvánvaló!!
- testek - szabályos testek, poliéder tétel

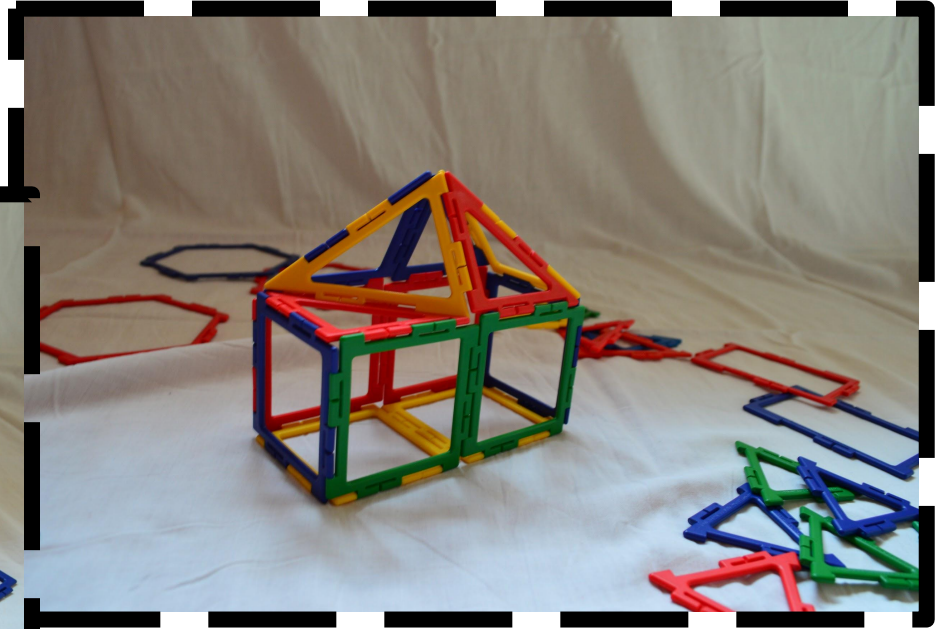
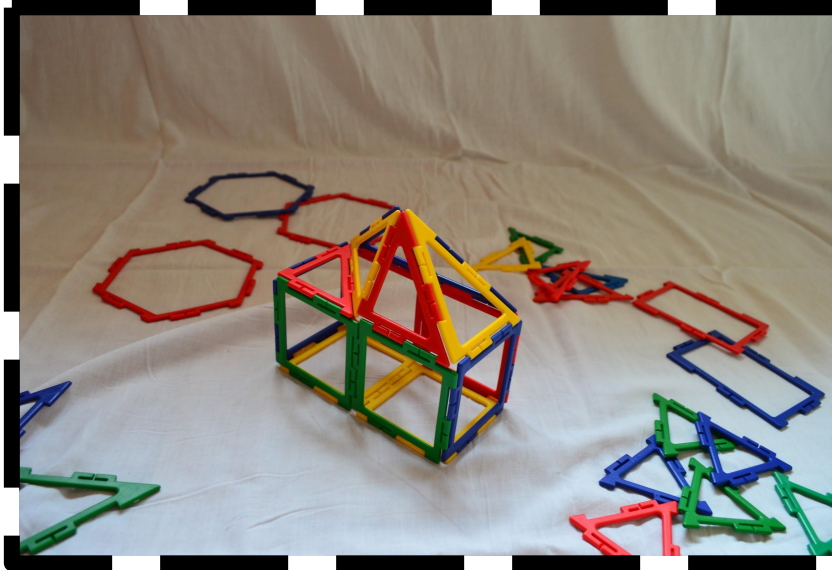
Fogalmakhoz, poliéderekhez szemléltetésként kézzelfogható segédeszköz: POLYDRON készlet, mely 1, illetve  $\sqrt{2}$  hosszúságú oldalakból álló, egymáshoz kapcsolható sokszögeket tartalmaz.

(bővebb információ [itt](#) és [itt](#))

Két egyenes hajlásszöge



# Konkáv poliéder, melynél kérdéses az Euler-féle összefüggés



# Térgeometriai számítások

Elsődleges segédeszköz: GeoGebra 3D

Elérése a GeoGebrán belül: menü -> nézet/view -> 3D rajzlap

Tippek órai használathoz:

- az egeret lenyomva kissé oldalra húzzuk, majd felengedjük, ekkor az ábránk forogni kezd a függőleges tengely körül
- ha egyszerre használjuk a síkbeli rajzlappal, az ott szerkesztett ábrák megjelennek a 3D rajzlap XY síkjában
- színekkel, vonalvastagsággal, pontok méretével kiemelés lehetséges
- ellenőrzéshez, illetve térlátás fejlesztéséhez eszköz, nem a számítás helyettesítésére szolgál!!

# Térgeometriai számítások

- távolság
- felszín, térfogat
- hajlásszög
  - két sík hajlásszöge (definíció)
  - 1. feladat: Egy szabályos hatszög alapú egyenes hasáb minden éle egység hosszúságú. Legyenek az alaplapp csúcsai sorban  $A, B, C, D, E, F$ , a fedőlap csúcsai rendre  $A', B', C', D', E', F'$ . Határozzuk meg az  $A, C', F'$  pontok által meghatározott síknak az alapsíkkal bezárt szögét.
  - 2. feladat: Határozzuk meg a szabályos ötszög alapú gúla alaplappjának és oldallappjának bezárt szögét a magasság és alapél arányának függvényében.
- Összetett feladat: Az 1. feladathoz hasonló betűzéssel tekintsük egy szabályos nyolcszög alapú hasábban az  $AC'F'$  háromszöget. Határozzuk meg oldalait, szögeit, területét, ha a hasáb alapéle 1, magassága 2 egység hosszú.

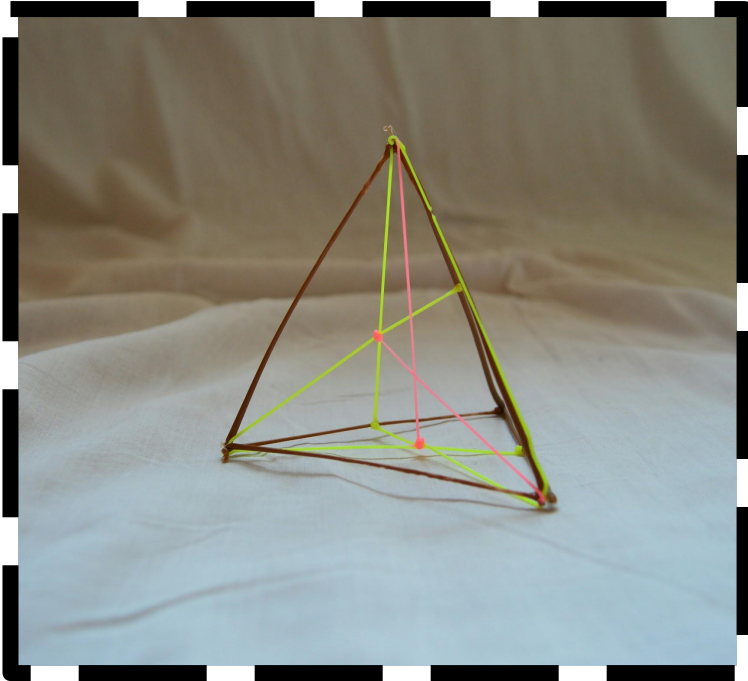


# Térgeometriai bizonyítások

- metszéspont létezése
- távolságok egyezése
- egybevágóság

Segédeszköz, mellyel megfelelő sejtés adható, illetve a bizonyításhoz segítséget jelenthet a vele készített ábra: [3Doodler Create - nyomtatótoll](#)

Kúp, kúpszelet szemléltetése



Tetraéder súlypontja

# Kapcsolódó feladatok - melyik eszközt használnánk?

1. Az ABCDE gúla ABCD alapja négyszög. Az AB, BC, CD, DE élek felezőpontjai rendre L, M, N és K. Jelöljük LN szakasz felezőpontját P-vel, MK szakasz felezőpontját Q-val. Mekkora lehet  $k$  értéke, ha  $AE=k \cdot PQ$ ? *(KöMaL, C.164. alapján)*
2. Van-e olyan sík, mely egy szabályos oktaédernek egyik csúcsán sem megy át, de mindegyik lapját metszi? *(KöMaL, B.4487.)*
3. Mutassuk meg, hogy minden ötlapú konvex poliéderhez létezik olyan sík, amely a poliédernek egyik csúcsán sem megy át, de mindegyik lapját metszi. *(KöMaL, B.4475.)*